

# UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso 2020-21

MATERIA: FÍSICA

# INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda a <u>cinco</u> preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.

CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos (1 punto cada apartado).

TIEMPO: 90 minutos.

**Pregunta A.1.-** Una nave espacial ha quedado atrapada en una órbita circular en torno a un planeta esférico desconocido. Los sistemas de navegación de la nave indican que su velocidad orbital es de 25000 km h<sup>-1</sup> y que tarda 5 horas en dar una vuelta completa alrededor del planeta.

- a) Determine el radio de la órbita circular de la nave y la masa del planeta.
- b) Si la densidad del planeta es de 16150 kg m<sup>-3</sup>, calcule el radio del planeta y el valor de la aceleración de la gravedad en su superficie.

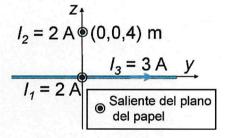
Dato: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ .

**Pregunta A.2.-** Anacleto, el agente secreto, está grabando con un teléfono inteligente, a través de una pared, una conversación muy delicada del malvado Vázquez. La distancia entre ambos es de 5 m y, por efecto de la pared, al teléfono solo llega un 2 % de la intensidad que llegaría si no hubiese pared. Se sabe que el nivel de intensidad sonora de una conversación a 1 metro es de 50 dB.

- a) Calcule el nivel de intensidad sonora que llega al teléfono inteligente.
- b) Si el teléfono es capaz de grabar conversaciones a 100 metros de distancia, ¿cuál es el nivel más bajo de intensidad sonora que es capaz de medir?

Dato: Intensidad umbral de audición,  $I_0 = 10^{-12} \,\mathrm{W} \,\mathrm{m}^{-2}$ .

**Pregunta A.3.-** Se tienen tres hilos indefinidos de corriente (ver figura). Los hilos de intensidades  $I_1 = 2$  A e  $I_2 = 2$  A son paralelos al eje x y pasan por los puntos (0, 0, 0) y (0, 0, 4) m, respectivamente. El tercer hilo, con una intensidad  $I_3 = 3$  A pasa por el origen de coordenadas y es paralelo al eje y. En todos los casos la corriente va en el sentido positivo de los ejes. Calcule:



- a) El campo magnético total creado por los tres hilos en el punto (0, 0, 2) m.
- b) La fuerza magnética por unidad de longitud que ejerce el hilo de intensidad  $I_1$  sobre el hilo de intensidad  $I_2$ . ¿La fuerza es atractiva o repulsiva?

Dato: Permeabilidad magnética del vacío,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$ .

**Pregunta A.4.-**. Sea un sistema óptico formado por dos lentes convergentes, una lente A de distancia focal  $f_A^{'}$  y otra B, situada 80 cm a la derecha de A, de distancia focal  $f_B^{'}$  = 30 cm. Un objeto de 5 cm de altura está situado 15 cm a la izquierda de la lente A.

- a) Si la imagen del objeto formada por el sistema de lentes aparece 75 cm a la derecha de la lente B, ¿cuánto vale la distancia focal de la lente A y el tamaño de la imagen formada por el sistema de lentes?
- b) ¿Dónde hay que situar el objeto a la izquierda de la lente A, para que el sistema de lentes forme la imagen en el infinito?

**Pregunta A.5.-** En un experimento realizado en un acelerador de partículas se han originado un electrón relativista de velocidad 0,75c, siendo c la velocidad de la luz, y un fotón de 15 MeV de energía.

- a) Calcule la masa relativista y la energía cinética del electrón.
- b) Determine la longitud de onda del fotón y la longitud de de Broglie del electrón.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ; Masa del electrón en reposo,  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ; Constante de Planck,  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ ; Velocidad de la luz en el vacío,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ .

**Pregunta B.1.-** Una partícula de masa m se encuentra en el origen de coordenadas de un sistema de referencia (x, y). La componente x del campo gravitatorio creado por la partícula en el punto (2, 2) m es  $-1,18\cdot10^{-11}$  N kg<sup>-1</sup>.

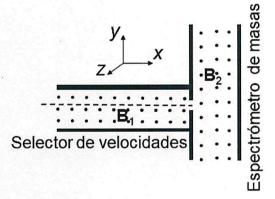
- a) Calcule el valor de la masa m.
- b) ¿Cuál es el trabajo que realiza el campo para llevar una partícula de masa M = 5 kg desde el punto (4, 0) m al punto (2, 2) m?

Dato: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ .

**Pregunta B.2.-** Una onda transversal se propaga en una cuerda situada a lo largo del eje x. La propagación de la onda es en el sentido positivo del eje x. La expresión matemática de la onda en los instantes t=0 s y t=2 s es  $y(x,0)=0,1\cos(\pi-4\pi x)$  m e  $y(x,2)=0,1\cos(11\pi-4\pi x)$  m, respectivamente, donde todas las magnitudes están expresadas en el SI de unidades. Calcule:

- a) La frecuencia angular y la expresión matemática de la onda.
- b) La velocidad de propagación de la onda y la aceleración máxima de oscilación de un punto de la cuerda.

Pregunta B.3.- Un espectrómetro de masas es un dispositivo que mide la masa de los iones y cuyo esquema se muestra en la figura. Consta de un selector de velocidades, en el que, mediante un campo eléctrico y un campo magnético mutuamente perpendiculares, se seleccionan únicamente los iones que viajan en línea recta paralela al eje x de la figura y con un valor determinado de la velocidad. A continuación, los iones pasan a una segunda región con un campo magnético perpendicular a la velocidad de los iones, de forma que éstos realizan una trayectoria circular. En el experimento se usan iones positivos de oxígeno <sup>18</sup>O+ cuya masa es 2,7·10-<sup>26</sup> kg y su carga es +e. En el



selector de velocidades los campos eléctrico y magnético son  $\vec{E}=4,010^5\,\vec{j}\,\,\mathrm{V}\,\,\mathrm{m}^{\text{-1}}$  y  $\vec{B}_1=2\,\vec{k}\,\,\mathrm{T}$ . El campo magnético en la segunda región del espectrómetro de masas es  $\vec{B}_2=5\,\vec{k}\,\,\mathrm{T}$ . Calcule:

- a) La velocidad de los iones de oxígeno que viajan en línea recta a lo largo del eje x en el selector de velocidades.
- b) El radio de la órbita circular descrita por los iones en la segunda región del espectrómetro de masas donde el campo magnético es *B*<sub>2</sub>.

Dato: Valor absoluto de la carga de electrón,  $e = 1,6.10^{-19}$  C.

**Pregunta B.4.-** Sean dos medios A y B de índices de refracción  $n_A$  y  $n_B$ , respectivamente. Un rayo de luz de frecuencia  $6,04\cdot10^{14}$  Hz incide desde el medio A hacia el medio B, verificándose que el ángulo límite para la reflexión total es  $45,58^\circ$ . Sabiendo que  $n_A$  -  $n_B$  = 0,6, determine:

- a) Los índices de refracción  $n_A$  y  $n_B$  de ambos medios.
- b) Las longitudes de onda del rayo de luz incidente en los medios A y B.

Dato: Velocidad de la luz en el vacío,  $c = 3.10^8 \,\mathrm{m\ s^{-1}}$ .

**Pregunta B.5.-** El patrón del kilogramo es un cilindro hecho con una aleación de platino-iridio (90 % en masa de Pt) que se encuentra en un museo de París. El platino está formado por diversos isótopos, uno de ellos, el <sup>190</sup>Pt, es radiactivo siendo su tiempo de semidesintegración de 6,5·10<sup>11</sup> años. El porcentaje del isótopo <sup>190</sup>Pt en una muestra de platino es del 0,012 % en masa.

- a) Calcule la actividad inicial del patrón del kilogramo.
- b) ¿Cuál será la masa final del platino <sup>190</sup>Pt que queda en el patrón del kilogramo transcurridos mil millones de años?

Datos: Masa atómica del isótopo  $^{190}$ Pt; M = 189,96 u; Número de Avogadro,  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  mol<sup>-1</sup>.

# <u>CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN</u> <u>FÍSICA</u>

- \* Las preguntas deben contestarse razonadamente, valorando en su resolución una adecuada estructuración y el rigor en su desarrollo.
- \* Se valorará positivamente la inclusión de pasos detallados, así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas.
- \* En la corrección de las preguntas se tendrá en cuenta el proceso seguido en la resolución de las mismas, valorándose positivamente la identificación de los principios y leyes físicas involucradas.
- \* Se valorará la destreza en la obtención de resultados numéricos y el uso correcto de las unidades en el Sistema Internacional.
- \* Cada pregunta, debidamente justificada y razonada con la solución correcta, se calificará con un máximo de 2 puntos.
- \* En las preguntas que consten de varios apartados, la calificación máxima será la misma para cada uno de ellos (desglosada en múltiplos de 0,25 puntos).

# FÍSICA SOLUCIONES

# (Documento de trabajo orientativo)

**Pregunta A.1.-** Una nave espacial ha quedado atrapada en una órbita circular en torno a un planeta esférico desconocido. Los sistemas de navegación de la nave indican que su velocidad orbital es de 25000 km h<sup>-1</sup> y que tarda 5 horas en dar una vuelta completa alrededor del planeta.

- a) Determine el radio de la órbita circular de la nave y la masa del planeta.
- b) Si la densidad del planeta es de 16150 kg m<sup>-3</sup>, calcule el radio del planeta y el valor de la aceleración de la gravedad en su superficie.

Dato: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ .

### Solución:

a) En primer lugar, determinamos el radio de la órbita. Dado que la velocidad orbital es constante y la órbita es circular, se cumple:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow r = \frac{Tv}{2\pi} = \frac{25000 \cdot 10^3}{3600} = \frac{5.3600}{2\pi} = 19894, 37 \cdot 10^3 \text{ m} \Rightarrow r = 19894, 37 \text{ km}$$

Determinamos la masa del planeta. Para que la órbita sea circular debe verificarse:

$$m\frac{v^2}{r} = G\frac{Mm}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{r} \Rightarrow M = \frac{rv^2}{G}$$

Luego:

$$M = 19,89437 \cdot 10^{6} \left(\frac{25000 \cdot 10^{3}}{3600}\right)^{2} \frac{1}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 1,44 \cdot 10^{25} \text{ kg} \Rightarrow \boxed{M = 1,44 \cdot 10^{25} \text{ kg}}$$

b) Calculamos el radio del planeta. Dado que el planeta es esférico, se cumple:

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow R = \left(\frac{3M}{4\pi\rho}\right)^{1/3} = \left(\frac{3\cdot1,44\cdot10^{25}}{4\pi\cdot16150}\right)^{1/3} = 5968,60\cdot10^3 \text{ m}$$
$$\Rightarrow R = 5968,60 \text{ km}$$

Para determinar la constante gravitatoria en la superficie del planeta tenemos en cuenta que, la fuerza atractiva que aparece sobre un cuerpo de masa m en la superficie del planeta es:

$$F = mg = \frac{GMm}{R^2} \Rightarrow g = \frac{GM}{R^2}$$

Luego el valor de g es:

$$g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow g = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,44 \cdot 10^{25}}{\left(5968,60 \cdot 10^3\right)^2} = 26,931 \text{ m s}^{-2} \Rightarrow \boxed{g = 26,93 \text{ m s}^{-2}}$$

**Pregunta A.2.-** Anacleto, el agente secreto, está grabando con un teléfono inteligente, a través de una pared, una conversación muy delicada del malvado Vázquez. La distancia entre ambos es de 5 m y, por efecto de la pared, al teléfono solo llega un 2 % de la intensidad que llegaría si no hubiese pared. Se sabe que el nivel de intensidad sonora de una conversación a 1 metro es de 50 dB.

- a) Calcule el nivel de intensidad sonora que llega al teléfono inteligente.
- b) Si el teléfono es capaz de grabar conversaciones a 100 metros de distancia, ¿cuál es el nivel más bajo de intensidad sonora que es capaz de medir?

Dato: Intensidad umbral de audición,  $I_0 = 10^{-12} \,\mathrm{W} \,\mathrm{m}^{-2}$ .

# Solución:

a) En primer lugar, calculamos la potencia del sonido para una conversación normal:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{\frac{\beta}{10}} \Rightarrow I = I_0 10^{\frac{\beta}{10}} = 10^{-12} \cdot 10^{\frac{50}{10}} = 10^{-7} \text{ Wm}^{-2}$$

Luego

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow P = 4\pi r^2 I \Rightarrow P = 4\pi \cdot 1^2 \cdot 10^{-7} = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ W}$$

La intensidad correspondiente a una conversación a 5 m será:

$$I' = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi 5^2} = \frac{10^{-7}}{25} \text{ Wm}^{-2}$$

La intensidad real que llega al teléfono inteligente es:

$$I_{\rm R} = 0.02 \cdot \frac{10^{-7}}{25} = \frac{2}{25} \cdot 10^{-9} \text{ Wm}^{-2}$$

El nivel de intensidad sonora que llega al teléfono es:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \left( \frac{\frac{2}{25} \cdot 10^{-9}}{1,0 \cdot 10^{-12}} \right) = 19,03 \text{ dB}$$

$$\Rightarrow \beta = 19,03 \text{ dB}$$

b) El teléfono es capaz de grabar conversaciones a 100 m. Determinamos la intensidad que llegaría a esa distancia proveniente de una conversación:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi 100^2} = 10^{-11} \text{ Wm}^{-2}$$

El nivel de intensidad sonora que llega al teléfono es:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \left( \frac{10^{-11}}{1,0.10^{-12}} \right) = 10 \text{ dB}$$

Luego el nivel de intensidad sonora más bajo que es capaz de medir es:

$$\beta = 10 \text{ dB}$$

**Pregunta A.3.-** Se tienen tres hilos indefinidos de corriente (ver figura). Los hilos de intensidades  $l_1 = 2$  A e  $l_2 = 2$  A son paralelos al eje x y pasan por los puntos (0, 0, 0) y (0, 0, 4) m, respectivamente. El tercer hilo, con una intensidad  $l_3 = 3$  A pasa por el origen de coordenadas y es paralelo al eje y. En todos los casos la corriente va en el sentido positivo de los ejes. Calcule:

- $I_2 = 2 \text{ A} \oplus (0,0,4) \text{ m}$   $I_3 = 3 \text{ A} \quad y$   $I_1 = 2 \text{ A} \oplus \text{Saliente del plano}$  del papel
- a) El campo magnético total creado por los tres hilos en el punto (0, 0, 2) m.
- b) La fuerza magnética por unidad de longitud que ejerce el hilo de intensidad  $I_1$  sobre el hilo de intensidad  $I_2$ . ¿La fuerza es atractiva o repulsiva? Dato: Permeabilidad magnética del vacío,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  N A<sup>-2</sup>.

# Solución:

a) El campo magnético creado por un hilo indefinido es:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_{\varphi}$$

Los campos magnéticos creados por cada uno de los hilos de corriente en el punto (0, 0, 2) m es:

$$\vec{B}_1 = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} \vec{j} = -\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2\pi \cdot 2} \vec{j} = -2 \cdot 10^{-7} \vec{j} \text{ T}$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2} \vec{j} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2\pi \cdot 2} \vec{j} = 2 \cdot 10^{-7} \vec{j} \text{ T}$$

$$\vec{B}_3 = \frac{\mu_0 I_3}{2\pi r_3} \vec{i} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2\pi \cdot 2} \vec{i} = 3 \cdot 10^{-7} \vec{i} \text{ T}$$

Por tanto, el campo magnético total en el punto (0, 0, 2) m es

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = -2.10^{-7} \,\vec{j} + 2.10^{-7} \,\vec{j} + 3.10^{-7} \,\vec{i} = 3.10^{-7} \,\vec{i} \, \text{T} \Rightarrow \boxed{\vec{B} = 3.10^{-7} \,\vec{i} \, \text{T}}$$

b) La fuerza magnética que ejerce el hilo conductor de intensidad  $I_1$  sobre el conductor  $I_2$ , es  $\vec{F} = I_2 \vec{L}_2 \times \vec{B}_1$ 

Donde  $B_1$  es el campo creado por el hilo de corriente  $I_1$  en los puntos del hilo conductor  $I_2$ : Luego:

$$\frac{\vec{F}}{L} = (2\vec{i}) \times \left( -\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2\pi \cdot 4} \vec{j} \right) = -2,0 \cdot 10^{-7} (\vec{i} \times \vec{j}) = -2,0 \cdot 10^{-7} \vec{k} \text{ N m}^{-1} \Rightarrow \boxed{\frac{\vec{F}}{L} = -2,0 \cdot 10^{-7} \vec{k} \text{ N m}^{-1}}$$

La fuerza es atractiva.

**Pregunta A.4.-**. Sea un sistema óptico formado por dos lentes convergentes, una lente A de distancia focal  $f'_A$  y otra B, situada 80 cm a la derecha de A, de distancia focal  $f'_B$  = 30 cm. Un objeto de 5 cm de altura está situado 15 cm a la izquierda de la lente A.

- a) Si la imagen del objeto formada por el sistema de lentes aparece 75 cm a la derecha de la lente B, ¿cuánto vale la distancia focal de la lente A y el tamaño de la imagen formada por el sistema de lentes?
- b) ¿Dónde hay que situar el objeto a la izquierda de la lente A, para que el sistema de lentes forme la imagen en el infinito?

# Solución:

a) Según los datos del problema, para la lente B,  $s_B$  = 75 cm. La ecuación de las lentes delgadas para B es:

$$\frac{1}{s_B} - \frac{1}{s_B} = \frac{1}{f_B} \Rightarrow \frac{1}{75} - \frac{1}{s_B} = \frac{1}{30} \Rightarrow \frac{1}{s_B} = \frac{1}{75} - \frac{1}{30} = \frac{30 - 75}{75 \cdot 30} \Rightarrow s_B = \frac{75 \cdot 30}{30 - 75} = -50 \text{ cm}$$

Luego la imagen formada por la lente A está 50 cm a la izquierda de la lente B. Como ambas lentes están separadas 80 cm, entonces:

$$s_A = 80 - 50 = 30$$
 cm

Aplicando la ecuación de las lentes para la lente A:

$$\frac{1}{s_A} - \frac{1}{s_A} = \frac{1}{f_A} \Rightarrow \frac{1}{30} - \frac{1}{-15} = \frac{1}{30} + \frac{1}{15} = \frac{1}{f_A} \Rightarrow \frac{1}{f_A} = \frac{1+2}{30} \Rightarrow f_A = \frac{30}{3} = 10 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{f_A = 10 \text{ cm}}$$

Determinamos el tamaño del objeto formado por el sistema de lentes. En primer lugar, el tamaño del objeto formado por la lente A será:

$$M_A = \frac{\dot{s_A}}{s_A} = \frac{\dot{y_A}}{y_A} \Rightarrow \dot{y_A} = \frac{y_A \dot{s_A}}{s_A} = \frac{5.30}{-15} = -10 \text{ cm}$$

Para la lente B:

$$y_B = \frac{y_B s_B}{s_B} = \frac{-10.75}{-50} = 15 \text{ cm} \Rightarrow y_B = 15 \text{ cm}$$

b) La imagen formada por el sistema de lentes aparece en el infinito si la imagen formada por la lente A se encuentra en el foco objeto de B. Esto significa que:

$$s_4 = 80 - 30 = 50$$
 cm

Por consiguiente:

$$\frac{1}{s_A'} - \frac{1}{s_A} = \frac{1}{f_A'}; \implies \frac{1}{50} - \frac{1}{s_A} = \frac{1}{10} \implies \frac{1}{s_A} = \frac{1}{50} - \frac{1}{10} = \frac{1-5}{50} \implies s_A = \frac{50}{-4} = -12,5 \text{ cm} \implies \boxed{s_A = -12,5 \text{ cm}}$$

Pregunta A.5.- En un experimento realizado en un acelerador de partículas se han originado un electrón relativista de velocidad 0,75c, siendo c la velocidad de la luz, y un fotón de 15 MeV de energía.

- a) Calcule la masa relativista y la energía cinética del electrón.
- b) Determine la longitud de onda del fotón y la longitud de de Broglie del electrón.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón,  $e = 1,6\cdot10^{-19}\,\mathrm{C}$ ; Masa del electrón en reposo,  $m_e = 9,1\cdot10^{-31}\,\mathrm{kg}$ ; Constante de Planck,  $h = 6.63 \cdot 10^{-34} \, \text{J s}$ ; Velocidad de la luz en el vacío,  $c = 3 \cdot 10^8 \, \text{m s}^{-1}$ .

### Solución:

a) La masa relativista del electrón viene dada por la expresión:

a) La masa relativista del electrón viene dada por la expresión: 
$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - \left(\frac{0,75c}{c}\right)^2}} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - 0,75^2}} = 13,76 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \\ \Rightarrow \boxed{m = 1,38 \cdot 10^{-30} \text{ kg}}$$

La energía cinética del electrón es:

$$E_c = mc^2 - m_0 c^2 = 13,76 \cdot 10^{-31} \cdot (3,0 \cdot 10^8)^2 - 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3,0 \cdot 10^8)^2 = 41,92 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_c = 4,19 \cdot 10^{-14} \text{ J}}$$

b) Determinamos la longitud de onda del fotón. Se cumple:

$$E_f = \frac{hc}{\lambda_f} \Rightarrow \lambda_f = \frac{hc}{E} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{15 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,829 \cdot 10^{-13} \text{ m} \Rightarrow \boxed{\lambda_f = 8,29 \cdot 10^{-14} \text{ m}}$$

Para el electrón debemos utilizar la ecuación de de Broglie:

$$\lambda_e = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{13,76 \cdot 10^{-31} \cdot 0,75 \cdot 3,0 \cdot 10^8} = 0,2142 \cdot 10^{-11} \text{ m} \Rightarrow \lambda_e = 2,14 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

**Pregunta B.1.-** Una partícula de masa m se encuentra en el origen de coordenadas de un sistema de referencia (x, y). La componente x del campo gravitatorio creado por la partícula en el punto (2, 2) m es  $-1,18\cdot10^{-11}$  N kg<sup>-1</sup>.

- a) Calcule el valor de la masa m.
- b) ¿Cuál es el trabajo que realiza el campo para llevar una partícula de masa M = 5 kg desde el punto (4, 0) m al punto (2, 2) m?

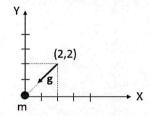
Dato: Constante de Gravitación Universal, G = 6,67·10<sup>-11</sup> N m<sup>2</sup> kg<sup>-2</sup>.

#### Solución:

a) El campo gravitatorio creado por la masa m es:

$$\vec{g} = -\frac{Gm}{r^2} \vec{u}_r$$

Según la figura, el vector está dirigido a lo largo de la diagonal del cuadrado de lado 2 m.



La componente x del campo gravitatorio es:

$$g_x = -\frac{Gm}{r^2}\cos\theta \Rightarrow m = -\frac{g_x r^2}{G\cos\theta} = -\frac{\left(-1,18\cdot10^{-11}\right)\cdot(2^2 + 2^2)}{6,67\cdot10^{-11}\cdot\cos(45)} = \frac{1,18\cdot8}{6,67}\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right) = 2,0015 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow \boxed{m = 2 \text{ kg}}$$

b) El trabajo que realiza el campo es:

$$W = -[E_P(B) - E_P(A)] = -[MV(B) - MV(A)]$$

Donde B es el punto (2, 2) m y A es el punto (4, 0) m. El potencial gravitatorio creado por la masa m situada en el origen es:

$$V = -\frac{Gm}{r}$$

Para los puntos A y B:

$$V(A) = -\frac{Gm}{r_A} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2}{4} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11}}{2} \text{ J kg}^{-1}$$

$$V(B) = -\frac{Gm}{r_B} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2}{\sqrt{2^2 + 2^2}} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \sqrt{2}}{2} \text{ J kg}^{-1}$$

Luego el trabajo será:

$$W = -5 \left[ -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \sqrt{2}}{2} + \frac{6,67 \cdot 10^{-11}}{2} \right] = -5 \left[ \frac{6,67 \cdot 10^{-11} (1 - \sqrt{2})}{2} \right] = 6,907 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

$$\Rightarrow W = 6,91 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

**Pregunta B.2.-** Una onda fransversal se propaga en una cuerda situada a lo largo del eje x. La propagación de la onda es en el sentido positivo del eje x. La expresión matemática de la onda en los instantes t=0 s y t=2 s es  $y(x,0)=0,1\cos(\pi-4\pi x)$  m e  $y(x,2)=0,1\cos(11\pi-4\pi x)$  m, respectivamente, donde todas las magnitudes están expresadas en el SI de unidades. Calcule:

- a) La frecuencia angular y la expresión matemática de la onda.
- b) La velocidad de propagación de la onda y la aceleración máxima de oscilación de un punto de la cuerda.

### Solución:

a) La expresión matemática de una onda transversal que se propaga en el eje x es:

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \phi)$$

Según el enunciado del problema:

$$y(x,0) = 0.1\cos(\pi - 4\pi x) = A\cos(\omega \cdot 0 - kx + \phi)$$

$$y(x,2) = 0.1\cos(11\pi - 4\pi x) = A\cos(\omega \cdot 2 - kx + \phi)$$

Por tanto, se cumple que:

 $A = 0.1 \text{ m y } k = 4\pi \text{ rad m}^{-1}.$ 

Además, debe cumplirse:

$$\pi - 4\pi x = \omega \cdot 0 - kx + \phi = -kx + \phi$$

$$11\pi - 4\pi x = \omega \cdot 2 - kx + \phi = 2\omega - kx + \phi$$

Teniendo en cuenta que  $k = 4\pi$  rad m<sup>-1</sup>, se tienen las siguientes ecuaciones:

$$\pi - 4\pi x = -4\pi x + \phi \Rightarrow \phi = \pi$$

$$11\pi - 4\pi x = 2\omega - kx + \phi = 2\omega - 4\pi x + \pi \Rightarrow 2\omega = 10\pi \Rightarrow \omega = \frac{10\pi}{2} = 5\pi \text{ rad s}^{-1} \Rightarrow \omega = 5\pi \text{ rad s}^{-1}$$

La expresión matemática de la onda es:

$$y(x,t) = 0.1\cos(5\pi t - 4\pi x + \pi) \text{ m}$$

b) La velocidad de propagación de la onda es:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\left(\frac{2\pi}{k}\right)}{\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)} = \frac{\omega}{k} = \frac{5\pi}{4\pi} = 1,25 \text{ m s}^{-1} \Rightarrow \boxed{v = 1,25 \text{ m s}^{-1}}$$

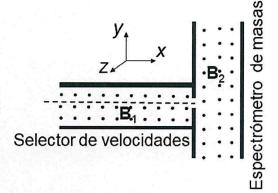
La aceleración máxima de un punto de la cuerda se obtiene si se tiene en cuenta que:

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = -A\omega sen(\omega t - kx + \phi) \Rightarrow a(x,t) = \frac{dv(x,t)}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t - kx + \phi)$$

El valor máximo de la aceleración es:

$$a_{\text{max}} = A\omega^2 = 0.1(5\pi)^2 = 24,674011 \Rightarrow \boxed{a_{\text{max}} = 24,67 \text{ m s}^{-2}}$$

**Pregunta B.3.-** Un espectrómetro de masas es un dispositivo para medir la masa de los iones y cuyo esquema se muestra en la figura. Consta de un selector de velocidades, en el que, mediante un campo eléctrico y un campo magnético mutuamente perpendiculares, se seleccionan únicamente los iones que viajan en línea recta paralela al eje x de la figura y con un valor determinado de la velocidad. A continuación, los iones pasan a una segunda región con un campo magnético perpendicular a la velocidad de los iones, de forma que éstos realizan una trayectoria circular. En el experimento se usan iones positivos de oxígeno  $^{18}\text{O}^+$  cuya masa es  $2,7\cdot10^{-26}$  kg y su carga es +e. En el selector de velocidades los campos eléctrico y magnético son  $\vec{E}=4,0\cdot10^5$   $\vec{i}$  V



m<sup>-1</sup> y  $\vec{B}_1 = 2 \ \vec{k}$  T. El campo magnético en la segunda región del espectrómetro de masas es  $\vec{B}_2 = 5 \ \vec{k}$  T . Calcule:

- a) La velocidad de los iones de oxígeno que viajan en línea recta a lo largo del eje x en el selector de velocidades.
- El radio de la órbita circular descrita por los iones en la segunda región del espectrómetro de masas donde el campo magnético es B<sub>2</sub>.

Dato: Valor absoluto de la carga de electrón,  $e = 1,6\cdot10^{-19}$  C.

# Solución:

a) En el selector de velocidades, para que la carga se mueva en línea recta debe cumplirse que:

$$\vec{F}_e + \vec{F}_{mag} = 0 \Longrightarrow q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}_1 = 0 \Longrightarrow \left| \vec{E} \right| = \left| \vec{v} \times \vec{B}_1 \right|$$

Como  $\vec{v}$  y  $\vec{B}_1$  son perpendiculares, sólo los iones cuya velocidad sea paralela al eje x saldrán del selector de velocidades. Por tanto:

$$|\vec{E}| = |\vec{v}| |\vec{B}_1| \Rightarrow |\vec{v}| = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}_1|} = \frac{4 \cdot 10^5}{2} = 2,0 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1} \Rightarrow \boxed{v = 2,0 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}}$$

b) A la salida del selector de velocidades se cumple:

$$F_{mag} = |q|vB_2 = ma_n = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{|q|B_2}$$

Para el <sup>18</sup>O+, su masa es 2,7·10<sup>-26</sup> kg, luego el radio de la órbita será:

$$r = \frac{mv}{|q|B_2} = \frac{2,7\cdot10^{-26}\cdot2\cdot10^5}{1,6\cdot10^{-19}\cdot5} = 0,675\cdot10^{-2} \text{ m} \Rightarrow \boxed{r = 0,67 \text{ cm}}$$

**Pregunta B.4.-** Sean dos medios A y B de índices de refracción  $n_A$  y  $n_B$ , respectivamente. Un rayo de luz de frecuencia  $6,04\cdot10^{14}$  Hz incide desde el medio A hacia el medio B, verificándose que el ángulo límite para la reflexión total es  $45,58^\circ$ . Sabiendo que  $n_A$  -  $n_B$  = 0,6, determine:

- a) Los índices de refracción  $n_A$  y  $n_B$  de ambos medios.
- b) Las longitudes de onda del rayo de luz incidente en los medios A y B.

Dato: Velocidad de la luz en el vacío,  $c = 3.10^8$  m s<sup>-1</sup>.

## Solución:

a) Determinamos los índices de refracción de ambos medios. Como el ángulo límite para la reflexión total para un rayo que va de A hacia B es de 45,58°, se cumple, según la ley de Snell:

$$n_A \operatorname{sen} \theta_i = n_B \operatorname{sen} \theta_r \Rightarrow n_A \operatorname{sen} \left(45, 58^0\right) = n_B \operatorname{sen} \left(90^0\right) = n_B \Rightarrow n_B = n_A \operatorname{sen} \left(45, 58^0\right)$$

Por otro lado, sabemos que:

$$n_A - n_R = 0,6$$

Por consiguiente:

$$n_A - n_B = n_A - n_A \operatorname{sen}(45, 58^\circ) = n_A \left[ 1 - \operatorname{sen}(45, 58^\circ) \right] = 0, 6$$
  

$$\Rightarrow n_A = \frac{0, 6}{\left[ 1 - \operatorname{sen}(45, 58^\circ) \right]} = 2, 10 \Rightarrow \boxed{n_A = 2, 10}$$

Luego

$$n_B = n_A - 0, 6 = 2, 10 - 0, 6 = 1, 5 \Longrightarrow \boxed{n_B = 1, 5}$$

b) Para calcular la longitud de onda del rayo de luz en ambos medios tenemos en cuenta las siguientes relaciones:

$$n_i = \frac{c}{V_i}$$
;  $V_i = \lambda_i f \Rightarrow n_i = \frac{c}{\lambda_i f} \Rightarrow \lambda_i = \frac{c}{n_i f}$ 

Donde,  $V_i$  y  $\lambda_i$  son la velocidad y la longitud de onda del rayo de luz en el medio i. La frecuencia es independiente del medio. Por tanto:

$$\lambda_A = \frac{c}{n_A f} = \frac{3.10^8}{2.1(6.04 \cdot 10^{14})} = 236.518 \cdot 10^{-9} \text{ m} \Rightarrow \boxed{\lambda_A = 236.52 \text{ nm}}$$

$$\lambda_B = \frac{c}{n_B f} = \frac{3.10^8}{1,5(6,04\cdot10^{14})} = 331,126\cdot10^{-9} \text{ m} \Rightarrow \boxed{\lambda_B = 331,13 \text{ nm}}$$

**Pregunta B.5.-** El patrón del kilogramo es un cilindro hecho con una aleación de platino-iridio (90 % en masa de Pt) que se encuentra en un museo de París. El platino está formado por diversos isótopos, uno de ellos, el <sup>190</sup>Pt, es radiactivo siendo su tiempo de semidesintegración de 6,5·10<sup>11</sup> años. El porcentaje del isótopo <sup>190</sup>Pt en una muestra de platino es del 0,012 % en masa.

- a) Calcule la actividad inicial del patrón del kilogramo.
- b) ¿Cuál será la masa final del platino <sup>190</sup>Pt que queda en el patrón del kilogramo transcurridos mil millones de años?

Datos: Masa atómica del isótopo  $^{190}$ Pt; M = 189,96 u; Número de Avogadro,  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  mol<sup>-1</sup>.

# Solución:

a) La actividad inicial de una muestra radiactiva es:

$$A = \lambda N$$

 $\lambda$  es la constante de desintegración y N el número de átomos. Calculamos la constante de desintegración y el número de isótopos radiactivos en el patrón del kilogramo.

$$m = m_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{m_0}{2} = m_0 e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

En el patrón del kilogramo hay 0,9 kg de Pt y 0,9x0,012·10<sup>-2</sup> kg del isótopo <sup>190</sup>Pt. Luego el número de átomos será:

$$N = moles \cdot N_A = \frac{m(g)}{P_M} N_A = \frac{0.9 \cdot 0.012 \cdot 10^{-2} \cdot 10^3}{189.96} (6.02 \cdot 10^{23}) = 3.42 \cdot 10^{20} \text{ isótopos}$$

Por consiguiente:

$$A = \frac{\ln 2(3,42\cdot10^{20})}{6,5\cdot10^{11}\cdot365\cdot24\cdot3600} = 11,573 \text{ Bq} \Rightarrow \boxed{A = 11,57 \text{ Bq}}$$

b) Calculamos la masa del platino <sup>190</sup>Pt que queda en el patrón del kilogramo transcurridos mil millones de años. La masa inicial correspondiente a los isótopos de <sup>190</sup>Pt es:

$$m_0 = 0,9.0,012.10^{-2} = 108.10^{-6} \text{ kg}$$

La masa del platino <sup>190</sup>Pt que queda en el patrón del kilogramo transcurridos mil millones de años será:

$$m = m_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow m = 108 \cdot 10^{-6} e^{\frac{\ln 2}{6.5 \cdot 10^{11}} \cdot 1.0 \cdot 10^9} = 108 \cdot 10^{-6} e^{-0.106638 \cdot 10^{-2}} = 107.885 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$$
$$\Rightarrow \boxed{m = 1,07 \cdot 10^{-4} \text{ kg}}$$